

B.A./B.Sc. (Regular) DEGREE EXAMINATION, MARCH 2009.

(Examination at the end of Third Year)

Part II — Mathematics

Paper IV (A) — NUMERICAL ANALYSIS

(Common for B.A./B.Sc.)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

SECTION A — (8 × 5 = 40 marks)

Answer ALL questions.

1. Define the operators Δ , ∇ and E and prove $E = 1 + \Delta$.

Δ , ∇ మరియు E లను నిర్వచించి $E = 1 + \Delta$ అని చూపండి.

2. Prove that (a) $E = e^{hD}$ (b) $\mu = \sqrt{1 + \frac{1}{4}\delta^2}$.

నిరూపించుము (a) $E = e^{hD}$ (b) $\mu = \sqrt{1 + \frac{1}{4}\delta^2}$.

3. Find the cubic polynomial which takes the following values :

$$y(0) = 1, y(1) = 0, y(2) = 1, y(3) = 10.$$

క్రింది విలువలను కలిగియుండు ఘన బహు పదిని కనుగొనుము.

$$y(0) = 1, y(1) = 0, y(2) = 1, y(3) = 10.$$

4. Evaluate $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)(x^3)$.

కనుగొనుము $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)(x^3)$.

5. Given $u_0 = 3, u_1 = 12, u_2 = 81, u_3 = 200, u_4 = 100, u_5 = 8$. Find $\Delta^5 u_0$ without using difference table.

విభజక పట్టిక ఉపయోగించకుండా $\Delta^5 u_0$ విలువను $u_0 = 3, u_1 = 12, u_2 = 81, u_3 = 200, u_4 = 100, u_5 = 8$ ద్వారా కనుగొనుము.

6. Evaluate $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ correct to three decimals by Trapezoidal rule with $h = 0.25$.

ట్రాపిజాయిడల్ సూత్రము ద్వారా $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ విలువను మూడు దశాంశస్థానములకు కనుగొనుము. ($h = 0.25$)

7. Find a real root of the equation $x^3 + x^2 - 1 = 0$ by iteration method.

$x^3 + x^2 - 1 = 0$ సమీకరణ వాస్తవ మూలాన్ని పునరుక్త పద్ధతిలో కనుగొనుము.

8. Using Newton's Raphson method find a root of the equation. $x^3 - 3x - 5 = 0$.

న్యూటన్ రాఫ్సన్ పద్ధతి ఉపయోగించి క్రింది సమీకరణము మూలాన్ని కనుగొనుము.

$$x^3 - 3x - 5 = 0$$

SECTION B — (4 × 15 = 60 marks)

Answer ALL questions.

9. (a) (i) State and prove Newtons forward interpolation formula.

న్యూటన్ పురోగమన అంతర్వేశన సూత్రమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

(ii) Find the missing term in the following table.

క్రింది పట్టిక నుండి లోపించిన పదము కనుగొనుము.

$x :$	0	1	2	3	4
$y :$	1	3	9	-	81

Or

(b) (i) From the following table find the number of students who got less than 45 marks.

క్రింది పట్టిక నుండి 45 కన్నా తక్కువ మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థుల సంఖ్య కనుగొనుము.

Marks :	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
మార్కులు :					
No. of students :	31	42	51	35	31
విద్యార్థుల సంఖ్య :					

(ii) State and prove Stirling formula :

స్టిర్లింగ్ సూత్రమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

10. (a) (i) Prove that $u_3 = u_2 + \Delta u_1 + \Delta^2 u_0 + \Delta^3 u_0$.

నిరూపించుము $u_3 = u_2 + \Delta u_1 + \Delta^2 u_0 + \Delta^3 u_0$.

(ii) From the following find y value at $x = 1895$.

క్రింది పట్టికనుండి $x = 1895$ అయిన y విలువ కనుగొనుము

x	1891	1901	1911	1921	1931
$y(x)$	46	66	81	93	101

Or

(b) (i) Prove that $u_4 = u_3 + \Delta u_2 + \Delta^2 u_1 + \Delta^3 u_1$.

నిరూపించుము $u_4 = u_3 + \Delta u_2 + \Delta^2 u_1 + \Delta^3 u_1$.

(ii) From the following find y value at $x = 0.26$.

క్రింది పట్టిక నుండి $x = 0.26$ అయిన y విలువను కనుగొనుము.

x	:	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$y = \text{Tan } x$:	0.1003	0.1511	0.2027	0.2553	0.3093

11. (a) (i) Using Gauss forward formula find u_{32} from the given data :

క్రింది దత్తాంశమునకు గాస్ ఫురోగమన సూత్రం ద్వారా u_{32} విలువ కనుగొనుము :

$$u_{20} = 14.035, \quad u_{25} = 13.674, \quad u_{30} = 13.257$$

$$u_{35} = 12.734, \quad u_{40} = 12.089, \quad u_{45} = 11.309.$$

(ii) Using Lagranges Interpolation formula find y at $x = 301$.

లెగ్రాంజ్ సూత్రము ఉపయోగించి $x = 301$ అయిన y విలువ కనుగొనుము.

x	:	300	304	305	307
y	:	2.4771	2.4829	2.4843	2.4871

Or

(b) From the given table find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 1.2$.

క్రింది పట్టికనుండి $x = 1.2$ అయిన $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ విలువలు కనుక్కోండి.

x	:	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
y	:	2.7183	3.3201	4.0552	4.9530	6.0496	7.3891	9.0250

12. (a) (i) State and prove Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

సింప్సన్ $\frac{1}{3}$ నియమము నిర్వచించి నిరూపించుము.

(ii) Using Romberg Integration evaluate $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$.

రాంబర్గ్ పద్ధతి ఉపయోగించి $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ విలువ కనుగొనుము.

Or

(b) (i) Using R.K. second order method solve :

రెండవ పరిమాణ R.K. పద్ధతి ఉపయోగించి సాధించుము :

$$\frac{dy}{dx} = y - x, y(0) = 2 \text{ find } y(0.1) \text{ and } y(0.2).$$

(ii) Using Newtons Raphsons method find a real root of the equation.

న్యూటన్ రాఫ్సన్ పద్ధతి ఉపయోగించి క్రింది సమీకరణమునకు వాస్తవ మూలము కనుగొనుము.

$$3x = \cos x + 1.$$